

**1** Dane są prostokąt o wymiarach  $8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$  oraz prosta  $a$  równoległa do jego krótszych boków. Odległość tej prostej od krótszego boku położonego bliżej niej wynosi  $5 \text{ cm}$ . Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót tego prostokąta wokół prostej  $a$ .

**2** Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu jest wycinkiem koła o kącie środkowym  $60^\circ$ . Koło wpisane w ten wycinek ma promień równy  $12 \text{ cm}$ . Oblicz objętość tego stożka.

**3** Walec  $W_1$  o wysokości  $H_1 = 16$  i przekątnej przekroju osiowego  $d_1 = 20$  jest podobny do walca  $W_2$  o objętości  $294,912\pi$ . Oblicz skalę podobieństwa walca  $W_1$  do walca  $W_2$ .

**4** Pole powierzchni bocznej walca jest równe  $15\pi \text{ cm}^2$ , a jego pole powierzchni całkowitej wynosi  $75\pi \text{ cm}^2$ . Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem. Oblicz tangens kąta między przekątną tego prostokąta a wysokością walca.

**5** Wykaż, że suma sześciu kolejnych liczb naturalnych jest nieparzysta.

**6** Wykaż, że nierówność  $3x^2 + 4y^2 \geq \sqrt{48xy}$  jest prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ .

**7** W równoległoboku  $ABCD$  punkty  $E, F, G, H$  są odpowiednio środkami boków  $AB, BC, CD$  i  $DA$ . Wykaż, że pola trójkątów  $AFG$  i  $BGH$  są równe.

**8** Półproste o początku w punkcie  $S$  przecinają okrąg w punktach  $A$  i  $B$  oraz  $C$  i  $D$  (patrz rysunek). Wykaż, że jeśli  $\frac{|SA|}{|SC|} = \sqrt{5}$ , to  $\frac{|SB|}{|SD|} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{5}$ .

